

1. Γενικά περί Συμμετρίας

Διδακτικοί στόχοι

Μετά την ολοκλήρωση της μελέτης του κεφαλαίου αυτού θα μπορείτε να ...

- ο αναφέρετε τη διπλή σημασία της έννοιας της συμμετρίας από την αρχαία Ελλάδα μέχρι και σήμερα
- ο αναφέρετε παραδείγματα από τον ανθρώπινο πολιτισμό όπου η ύπαρξη της συμμετρίας είναι εμφανής
- ο αναφέρετε παραδείγματα ύπαρξης της συμμετρίας στη φύση, τα έμβια όντα και τα ανόργανα φυσικά υλικά
- ο αναφέρετε μερικά από τα επιστημονικά πεδία στα οποία βρίσκει εφαρμογή η συμμετρία

Προαπαιτούμενες γνώσεις

Καμία.

1.1 Εισαγωγή

Η έννοια της συμμετρίας – παλαιά όσο και ο άνθρωπος – υπάρχει παντού στο φυσικό και ανθρωπογενές περιβάλλον. Στο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι αντιλήψεις για την έννοια της συμμετρίας από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα καθώς και μια σειρά από παραδείγματα εφαρμογών της συμμετρίας στη φύση, την τέχνη, την τεχνική, τον πολιτισμό και τις φυσικές επιστήμες.

1.2 Αντιλήψεις για τη Συμμετρία

Η ελληνική λέξη συμμετρία χρησιμοποιείται στην καθημερινή ζωή με δύο σημασίες. Η πρώτη από αυτές συνδέεται με την ομορφιά, την κανονικότητα μιας μορφής ή ενός αντικειμένου, την ευχάριστη αναλογία μερών ενός συνόλου, την αρμονική διάταξη ή την περιοδική επανάληψη συγκεκριμένων χαρακτηριστικών. Υπό αυτή τη σημασία η λέξη συμμετρία δεν περιορίζεται μόνο σε αντικείμενα στο χώρο αλλά περιγράφει κάτι πιο αφηρημένο που έχει να κάνει με την *τάξη*, την *ομορφιά*, την *αρμονία* και την *τελειότητα*.

Η δεύτερη χρήση του όρου συμμετρία είναι αυστηρά μαθηματική ή γεωμετρική και σε αντίθεση με την πρώτη είναι μια απόλυτα ακριβής έννοια. Περιγράφει την αμοιβαία σχέση μεγέθους και θέσης των μερών μιας οντότητας. Αναφέρεται στον τρόπο διάταξης των στοιχείων ενός συνόλου, που του επιτρέπει να διαιρείται σε δύο μέρη ακριβώς όμοια σε μέγεθος και σε σχήμα, τα οποία βρίσκονται σε αντιστοιχία ως προς το σημείο, τη γραμμή, τον άξονα ή το επίπεδο της διαίρεσης.



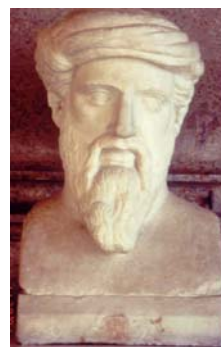
Εικόνα 1.1α.
Ο Κανών
του Πολυκλείτου

Κατά την κλασική αρχαιότητα οι Έλληνες γλύπτες και αρχιτέκτονες χρησιμοποιούσαν αυτούσιο τον όρο "συμμετρία" και τον συνδέαν με την ομορφιά και την αρμονία. Οι Έλληνες, αντιλαμβάνονταν τη συμμετρία όχι μόνο ως μια γεωμετρική ιδιότητα, αλλά και ως κάτι ανάλογο, ισόμετρο και αρμονικό σε ένα αντικείμενο, ως μια μέθοδο συντονισμού των επιμέρους "μερών" και ένα νόμο για την ένταξή τους σε ένα ενιαίο σύνολο, στο "όλον".

Ο πρώτος που γνωρίζουμε να αναφέρει τη συμμετρία ως έννοια η οποία έχει μαθηματικό υπόστρωμα, είναι ο φημισμένος γλύπτης Πολύκλειτος (5ος αιώνας π.Χ.). Συγκεκριμένα, του αποδίδεται η φράση: "η χρήση πάρα πολλών αριθμών σχεδόν πάντα θα προκαλούσε ακρίβεια στην γλυπτική". Το δημιούργημα του ο "Δορυφόρος", ένα άγαλμα του 5ου αιώνα π.Χ. στο οποίο παρίσταται αθλητής να φέρει δόρυ είναι γνωστό και ως "Κανών", γιατί είχε τέλειες αναλογίες και χρησιμοποιούνταν ως παράδειγμα από άλλους γλύπτες.

Ο Πυθαγόρας αναζήτησε την πηγή της αρμονίας, της ομορφιάς και της μουσικής σε μια εποχή που η επιστήμη δεν είχε διαχωριστεί από την ηθική και τη θρησκεία, θεμελιώνοντας έτσι την ίδια τη φιλοσοφία. Οι Πυθαγόρειοι, οι

οπαδοί της φιλοσοφικής του σχολής, πρωτοιδρύθηκε στον Κρότωνα της Ιταλίας το 525 π.Χ., πίστευαν ότι ο κόσμος στηριζόταν σε δέκα βασικές αρχές, που διατάσσονταν σε μία συστοιχία ζευγών αντιθέτων: πέρας και άπειρον, περιττόν και άρτιον, ένα και πλήθος, δεξιόν και αριστερόν, άρρεν και θήλυ, ηρεμούν και κινούμενο, ευθύ και καμπύλον, φως και σκότος, αγαθόν και κακόν, τετράγωνον και ετερόμηκες. Στη συστοιχία αυτή εμπεριέχεται η αντιστοιχία του "δεξιού" με το "αριστερό" ανάμεσα σε ένα αντικείμενο και στο κατοπτρικό του είδωλο. Οι Πυθαγόρειοι, επίσης θεωρούσαν ότι ο κύκλος στο επίπεδο και η σφαίρα στο χώρο είναι τα τελειότερα γεωμετρικά σχήματα, ακριβώς λόγω των συμμετριών τους.



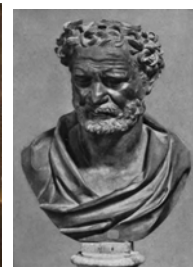
Εικόνα 1.2β. Πυθαγόρας



Εικόνα 1.2γ. Πλάτων

Ο Πλάτων στο διάλογο του "Τίμαιος" θεωρεί ότι «το σώμα του κόσμου δημιουργήθηκε από τέσσερα στοιχεία που συνδέονται με δεσμούς γεωμετρικής αναλογίας». Συσχετίζει τα τέσσερα βασικά στοιχεία της φύσης με τέσσερα κανονικά πολύεδρα, δηλαδή το πυρ με το τετράεδρο, τη γη με τον κύβο, τον αέρα με το οκτάεδρο και το ύδωρ με το εικοσάεδρο. Τα στερεά αυτά ονομάζονται κανονικά στερεά. Στο δωδεκάεδρο βλέπει, την εικόνα ολόκληρου του Σύμπαντος και αναφέρει: «Υπάρχει και μία πέμπτη μορφή συνδυασμού των αρχικών τριγώνων – το δωδεκάεδρο. Αυτή τη μορφή την επεφύλαξε ο Θεός για ολόκληρο το Σύμπαν για να το διαμορφώσει κατά τρόπο καλλιτεχνικό».

Οι ατομικοί φιλόσοφοι, Λεύκιππος και ο Δημόκριτος υποστηρίζουν ότι τα στοιχεία δημιουργίας του κόσμου είναι τα άτομα και το κενό, αποκαλώντας τα αντίστοιχα "ον" και "μη ον". Αυτά τα δύο μαζί είναι οι υλικές αιτίες όλων των πραγμάτων. Τα άτομα είναι αριθμητικά άπειρα και έχουν φύση υλική και διαφοροποιούνται κατά το ρυσμόν (σχήμα), κατά τη διαθιγήν (την τάξη) και κατά την τροπήν (θέση). Σύμφωνα με αυτούς τα "τα δομικά συστατικά του σύμπαντος, μπορούν να έχουν αναρίθμητες συμμετρικές μορφές (σφαιρικό σχήμα, πυραμίδα, κ.λ.π.) ή μπορεί να έχουν μη κανονικό σχήμα.



Εικόνα 1.2δ. Λεύκιππος (αριστερά) και Δημόκριτος (δεξιά)



Εικόνα 1.2ε. Αριστοτέλης (αριστερά) και Γαληνός (δεξιά)

Ο Αριστοτέλης [384-322 π.Χ.] έδωσε σφαιρικό σχήμα στα ουράνια σώματα γιατί οτιδήποτε άλλο θα μείωνε την τελειότητά τους. Αναφορά στην έννοια της συμμετρίας συναντάμε επίσης στα "Ηθικά Νικομάχεια" του Αριστοτέλη ως το "μέσο μέτρον", το σκοπό για τον οποίο θα πρέπει ο ενάρετος να αγωνίζεται με τις πράξεις του.

Για το ίδιο θέμα, ο Γαληνός της Περγάμου (129 - 216 μ.Χ.), στο βιβλίο του Περί Κράσεων γράφει: "...σύμμετρον όπερ εκατέρου των άκρων απέχει", δηλαδή την κατάσταση του νου που ισαπέχει από τα άκρα.

Είναι φανερό επομένως ότι από την αρχαιότητα, η συμμετρία αποτελεί αντικείμενο μελέτης και διδασκαλίας της φιλοσοφίας, των φυσικών επιστημών και των μαθηματικών. Το παράδοξο είναι ότι κατά την εμβάθυνση στην επιστημονική σημασία της συμμετρίας αποκαλύπτεται ότι τα μαθηματικά που υπεισέρχονται σε αυτή έχουν την ομορφιά και την καλαισθησία που περιγράφεται στην πρώτη σημασία της συμμετρίας.

1.3 Η Συμμετρία στη Φύση

Η συμμετρία απαντάται στη φύση σχεδόν στο σύνολο των ζωντανών οργανισμών. Ο σπουδαίος γερμανός βιολόγος Ernst Haeckel (1834-1919) αμφισβητήθηκε από πολλούς για τις εικόνες που ζωγράφιζε για να υποστηρίξει τις θεωρίες του. Ο Haeckel, στην πενταετία από το 1899 ως το 1904, δημοσίευσε μια σειρά εικόνων εκπληκτικής ομορφιάς προκειμένου να καταδείξει τη συμμετρία των μορφών που απαντώνται στη φύση. Αντικείμενα της καλλιτεχνικής του δραστηριότητας με τίτλο *Kunstformen der Natur* (Μορφές τέχνης στη φύση) έγιναν φυτά, ζώα και θαλάσσιοι μικροοργανισμοί.



Εικόνα 1.3α. Μορφές τέχνης στη φύση,

Στη βιολογία τα ζώα και τα φυτά διακρίνονται με βάση ένα σύστημα που εμπεριέχει τη συμμετρία. Σύμφωνα με αυτό ορίζονται τέσσερις τύποι συμμετρίας (Εικόνα 1.3β):

(α) *Ακτινωτή ή ακτινική συμμετρία*. Διαθέτει πολλά επίπεδα συμμετρίας που διέρχονται από έναν κοινό κατακόρυφο άξονα στη συμμετρία αυτή ανήκουν μέδουσες, αστερίες κ.α.

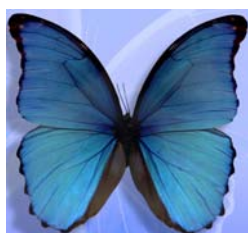
(β) *Αμφίπλευρη συμμετρία*. Χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη ενός μόνου επιπέδου συμμετρίας, το οποίο διέρχεται από τον επιμήκη άξονα του σώματος και το χωρίζει σε δύο συμμετρικά ήμισυ. Στη συμμετρία αυτή ανήκουν τα θηλαστικά ανάμεσα σε αυτά και ο άνθρωπος, τα πτηνά και τα ψάρια.

(γ) *Σειριακή συμμετρία*, όπως αυτή των σκωλήκων.

(δ) *Ασυμμετρία*. Σε αυτό το είδος απουσιάζει οποιαδήποτε επίπεδο συμμετρίας. Χαρακτηριστική είναι η ασυμμετρία των μονοκύτταρων πρωτόζωων *paramecium*.



Ακτινική συμμετρία (μέδουσα)



Αμφίπλευρη συμμετρία (πεταλούδα)



Σειριακή συμμετρία (γεωσκώληκας)



Ασυμμετρία (paramecium)

Εικόνα 1.3β. Παραδείγματα συμμετρίας στη φύση

Στο ανόργανο βασίλειο κλασικό παράδειγμα συμμετρίας, αποτελούν οι κρύσταλλοι του νερού στις νιφάδες του χιονιού (Εικόνα 1.3γ). Η νιφάδα του χιονιού έχει «περιστροφική συμμετρία»: Αν την περιστρέψουμε γύρω από οποιονδήποτε άξονα που περνά από το κέντρο της κατά 60° (το ένα έκτο του κύκλου), τότε θα μείνει αναλλοίωτη.



Εικόνα 1.3.γ Μικροκρύσταλλοι νερού

1.4 Η Συμμετρία στην Τέχνη και την Τεχνική

Η συμμετρία κατέχει κεντρικό ρόλο στην αρχιτεκτονική. Από την αρχαιότητα οι αρχιτέκτονες κατασκεύαζαν τα κτήρια έτσι ώστε το μάτι του παρατηρητή να διατρέχει την επιφάνεια ή τον όγκο τους και ανακαλύπτοντας εύκολα τις κατάλληλες πορείες από τη μια άκρη στην άλλη να επιστρέφει στο κέντρο της ισορροπίας τους. Το Θέατρο της Αρχαίας Επιδαύρου (Εικόνα 1.4α), ένα μνημείο ομορφιάς και συμμετρίας, συνιστά έργο τελειοποίησης της τεχνικής κατασκευής θεάτρων των αρχαίων Ελλήνων.



Θέατρο της Αρχαίας Επιδαύρου

Παρθενώνας

Βασιλική Αγίου Πέτρου

Ταζ Μαχάλ

Εικόνα 1.4α Συμμετρία στην αρχιτεκτονική

Ο Παρθενών (Εικόνα 1.4α), το αρχιτεκτονικό και καλλιτεχνικό αριστούργημα της ελληνικής κλασικής περιόδου πέρα από την λαμπρότητα που επέμπει, ακόμη και στην κατάσταση όπου βρίσκεται σήμερα, μαγνητίζει τους μελετητές όλου του κόσμου με τις πρωτοποριακές για την εποχή εκείνη, αρχιτεκτονικές του ιδιαιτερότητες: Το βασικό χαρακτηριστικό του ναού είναι η ορθογώνια κάτοψη με επιμήκεις αναλογίες και η απόλυτη συμμετρία εκατέρωθεν του κεντρικού άξονα του κτιρίου. Στην αρχιτεκτονική της αναγέννησης παρατηρούνται έντονες επιρροές από την κλασική αρχιτεκτονική. Ο Bramante ήταν ο δημιουργός και ο μεγαλύτερος εκφραστής του ύφους της Ακμής της Αναγέννησης στην αρχιτεκτονική. Σχεδίασε την βασιλική του Αγίου Πέτρου (Εικόνα 1.4α) στο Βατικανό (1506), αναζητούσε με πάθος μια τέλεια συμμετρία και ευρυθμία, έχοντας αφομοιώσει δημιουργικά τις ιδέες και τις αρχές της κλασικής αρχιτεκτονικής.

Το Ταζ Μαχάλ (Εικόνα 1.4α), το αιώνιο μνημείο αγάπης, κοντά στην πόλη Άγκρα των Ινδιών, είναι ένα από τα σημαντικότερα αρχιτεκτονικά δημιουργήματα όπου η συμμετρία βρίσκει την απόλυτη εφαρμογή της. Μελέτη της μεσαιωνικής ισλαμικής τέχνης έδειξε πως ορισμένες γεωμετρικές παραστάσεις βασίζονται σε αρχές της συμμετρίας. Στην ισλαμική τέχνη παραδοσιακά χρησιμοποιούνται συμμετρικά πολυγωνικά σχέδια με άνθη, εξαιτίας της απαγόρευσης απεικόνισης της ανθρώπινης μορφής, που επαναλαμβάνονται δημιουργώντας μια παράσταση, η οποία μπορεί να επεκταθεί επ' άπειρον.



Εικόνα 1.4β. Συμμετρία στη ζωγραφική και την αγιογραφία

Στη ζωγραφική ένας ισορροπημένος πίνακας θεωρείται αυτός στον οποίο συνυπάρχουν αρμονικά ψυχρά και θερμά, φωτεινά και σκοτεινά ή συμπληρωματικά χρώματα. Η τοποθέτηση των αντικειμένων επίσης είναι συχνά ισορροπημένη δεξιά ή αριστερά ενός

κεντρικού θέματος. Στον πίνακα του Leonardo da Vinci (Εικόνα 1.4β) υπάρχει αρμονία στα χρώματα και οι μαθητές είναι συμμετρικά τοποθετημένοι γύρω από το κεντρικό θέμα του πίνακα, το Χριστό. Στο Βυζάντιο αναπτύχθηκε η θρησκευτική ζωγραφική και εικονογραφία, που κυρίως χρησίμευε για τη διακόσμηση των εκκλησιών (Εικόνα 1.4β). Οι καλλιτέχνες εκφράζουν τα θέματά τους με συμμετρική ισορροπία, με κάποια ακαμψία, με αυστηρότητα και κάποια μεγαλοπρέπεια. Αντλούν τα θέματά τους από το χριστιανικό βίο.

Στη Δύση, η ζωγραφική είναι επηρεασμένη από τη βυζαντινή τέχνη. Ο Άνθρωπος του Βιτρούβιου (Εικόνα 1.4γ) είναι ένα ακόμα διάσημο έργο του Λεονάρντο ντα Βίντσι (1490). Απεικονίζει μία γυμνή αντρική φιγούρα σε δύο αλληλεπικαλυπτόμενες θέσεις με τα μέλη του ανεπτυγμένα και συγχρόνως εγγεγραμμένη σε ένα κύκλο και ένα τετράγωνο. Το σχέδιο και το κείμενο που το συνόδευε συχνά ονομάζονται "Κανόνες των Αναλογιών".



Εικόνα 1.4γ Ο άνθρωπος του Βιτρούβιου του Leonardo da Vinci

Στην ποίηση η διάταξη των λέξεων σε στίχους, με μέτρο και ομοιοκαταληξία καθώς και η αρμονία στη μουσική ενσωματώνουν τις αρχές της συμμετρίας.



Εικόνα 1.4δ. Συμμετρία στην υφαντουργία και την επιπλοποιία

Στην υφαντουργία παρατηρείται συμμετρικότητα στην ύφανση, στα χρώματα και στα σχέδια (Εικόνα 1.4δ). Στα υφαντά με γεωμετρικό διάκοσμο η συμμετρία διέπει όχι μόνο ολόκληρη την επιφάνεια του υφαντού, αλλά και το καθένα από τα μοτίβα χωριστά.

Στην επιπλοποιία η συμμετρία αποτελεί έναν από τους κύριους κανόνες τεχνικής και αισθητικής. Στη διακοσμητική επιτάσσεται σε πολλές περιπτώσεις τα έπιπλα να τοποθετούνται συμμετρικά στο χώρο, π.χ. οι καρέκλες γύρω από το τραπέζι (Εικόνα 1.4δ).



Εικόνα 1.4ε Συμμετρία σε βιομηχανικά προϊόντα

Τέλος, πολλά βιομηχανικά προϊόντα παρουσιάζουν συμμετρία. Ένα ρουλεμάν, ένα αυτοκίνητο, ένα σκάφος, ένα αεροπλάνο και πολλά άλλα τεχνολογικά και βιομηχανικά προϊόντα είναι σχεδιασμένα ακολουθώντας τις αρχές της συμμετρίας (Εικόνα 1.4ε).

1.5 Η Συμμετρία στην Επιστήμη

Η συμμετρία βρίσκει εφαρμογή σε πλήθος επιστημονικών πεδίων. Απαντάται στον περιοδικό πίνακα του Mendeleev, στις αποτυπώσεις της περίθλασης των ακτινών - X, στους κρυστάλλους, στη φασματοσκοπία Raman (γραμμές Stokes και αντι-Stokes), στις στατιστικές των Bose-Einstein και των Fermi-Dirac που εφαρμόζονται σε συστήματα με άρτιο και περιττό αριθμό στοιχειωδών σωματιδίων αντίστοιχα. Η συμμετρία βρίσκει πολλές εφαρμογές στη Χημεία, όπως θα αναλυθεί στο επόμενο κεφάλαιο.

Το εύρος των εφαρμογών της συμμετρίας περιγράφεται θαυμάσια από τον μαθηματικό James R. Newman.

"Η συμμετρία δημιουργεί μια παράλογη αλλά ταυτόχρονα θαυμαστή συγγένεια μεταξύ φαινομενικά άσχετων αντικειμένων, φαινομένων και θεωριών: π.χ. το γήινο μαγνητισμό, τα πέπλα των γυναικών, το πολωμένο φως, τη φυσική επιλογή, τη θεωρία ομάδων, τις σταθερές και τους μετασχηματισμούς, την εργασία των μελισσών στην κυψέλη, τη δομή του χώρου, τη σχεδίαση των βάζων, την κβαντική φυσική, τους σκαραβαίους, τα πέταλα των λουλουδιών, τις αποτυπώσεις της περίθλασης των ακτινών-X, τη διαίρεση των κυττάρων των θαλάσσιων αχιρών, τη θέση ισορροπίας στους κρυστάλλους, τους καθεδρικούς ναούς, τις νιφάδες χιονιού, τη μουσική, τη θεωρία της σχετικότητας"

J.R. Newman (ed.), *The world of Mathematics*, Simon and Schuster, New York, 1956, Vol. 1, p.670.

Σύνοψη

1. Η έννοια της συμμετρίας χρησιμοποιείται ως δηλωτική της ομορφιάς, της αρμονίας και της ισορροπίας, αλλά και για να περιγράψει την αμοιβαία σχέση μεγέθους και θέσης των μερών μιας οντότητας. Ειδικότερα στα μαθηματικά ή καλύτερα στη γεωμετρία ο όρος συμμετρία χρησιμοποιείται για να περιγράψει την αντιστοιχία στοιχείων που βρίσκονται σε αντίθετες πλευρές μια γραμμής, ενός επιπέδου ή ενός σημείου τα οποία όπως θα δούμε και στο επόμενο κεφάλαιο καλούνται άξονας, επίπεδο ή κέντρο συμμετρίας.
2. Σπέρματα της συμμετρίας ενυπάρχουν στα μαθηματικά των Πυθαγορείων, στην ατομική θεωρία του Λευκίππου και του Δημόκριτου και στη φιλοσοφία του Πλάτωνα, του Αριστοτέλη και του Γαληνού.
3. Η συμμετρία υπάρχει στο σύνολο των έργων τέχνης (ζωγραφική, μουσική κ.α.) και τεχνικής (αρχιτεκτονική, διακοσμητική, υφαντουργία, επιπλοποιία κ.α.) και σε πλήθος βιομηχανικών προϊόντων (ρουλεμάν, αυτοκίνητα, σκάφη, αεροσκάφη κ.α.).
4. Η συμμετρία είναι πανταχού παρούσα στη φύση. Είναι εμφανής στη μορφολογία του σώματος των έμβιων όντων, όπως στα άνθη, στις πεταλούδες, στα ψάρια, τον άνθρωπο, αλλά και στα ανόργανα φυσικά υλικά, όπως οι κρύσταλλοι του νερού στις νιφάδες του χιονιού.
5. Η συμμετρία βρίσκει εφαρμογή σε πλήθος επιστημονικών πεδίων και ιδιαίτερα στις φυσικές επιστήμες.